

COMPETENCIA MATEMÁTICA DESDE LA INFANCIA

Mathematical competencies for kindergarten

ENCARNACIÓN CASTRO MARTÍNEZ*

Resumen

Se parte de una breve reflexión sobre lo que ha sido la evaluación conocida como PISA 2003. Se ponen de manifiesto algunas competencias sobre números, espacio y medida que los sujetos pueden alcanzar durante la infancia y se concluye dando algunas ideas dirigidas a la preparación de situaciones de aprendizaje en relación con dichas competencias para educación infantil.

Palabras clave: PISA 2003, competencias matemáticas, educación infantil

Abstract

This paper reflects upon the so-called PISA 2003 evaluation outcomes. It addresses some competencies that children can achieve on three mathematical ideas: numbers, space and measure. This work concludes by providing some key ideas on how to improve learning scenarios in Kindergarten considering those competencies.

Key words: PISA 2003, mathematical competencies, Kindergarten

* Doctora en matemáticas. Profesora Titular y Directora del depto. de Didáctica de las Matemáticas. Facultad de Ciencias de la Educación, Universidad de Granada, encastro@ugr.es

1. Introducción

La reciente publicación conocida como Informe PISA 2003¹ muestra los resultados obtenidos en una evaluación a nivel internacional sobre el rendimiento en matemáticas de estudiantes de 15 años, edad que coincide con el final de la enseñanza obligatoria en muchos países. En dicho estudio han participado 30 países pertenecientes a la OCDE y 11 países asociados. La evaluación, o medida del rendimiento en matemáticas, se ha realizado en términos de la competencia matemática puesta de manifiesto por dichos estudiantes en las cuatro subáreas de matemáticas siguientes: *Cantidad*. En ella se incluyen problemas en los que intervienen fenómenos numéricos así como patrones y relaciones cuantitativas. *Espacio-Forma* que hace referencia a situaciones y fenómenos espaciales y de los objetos, así como a propiedades de los objetos. *Cambio y Relaciones*, que trata la relación entre variables y formas de representación de fenómenos. *Incertidumbre*, que comprende aspectos que caen dentro del campo de la Estadística y de la Probabilidad.

En dicha evaluación se ha tratado de apartarse de los aprendizajes descontextualizados que, a veces, se realizan en las aulas y que se suelen reflejar en los libros de texto y, a su vez, se ha centrado en aquellos aspectos del aprendizaje de las matemáticas que hacen posible que un individuo sea capaz de desenvolverse en la vida cotidiana.

En el informe, PISA 2003, se relaciona el rendimiento de un individuo en matemáticas con lo que es capaz de hacer cuando resuelve problemas propios del área. Se considera Competencia Matemática de un sujeto, a la capacidad que tiene para aplicar las matemáticas al mundo real y hacer uso de las mismas en diversas situaciones, de forma variada y sencilla (Rico, 2004). La persona competente en matemáticas poseerá aptitudes que le permitirán reconocer las matemáticas en diversas situaciones del mundo en el que se desenvuelve y utilizarlas en función de las necesidades de su vida. Así mismo, podrá realizar razonamientos matemáticos debidamente fundamentados. Todas estas cualidades se consideran estrechamente relacionadas con ser un ciudadano reflexivo. Una competencia matemática alta requiere una comprensión profunda basada en conocimiento de conceptos y destrezas matemáticas básicas (OCDE, 2004). La competencia matemática no es algo que un individuo posea al máximo o no tenga nada, sino que la poseerá en diferente grado o nivel. En el caso de la Evaluación PISA 2003, se han establecido seis niveles de competencia. En los niveles uno y menor que uno, se sitúan los alumnos que apenas dan respuestas a las situaciones planteadas y aquellos cuyas respuestas son sólo a situaciones de una sencillez extrema. Por el contrario, en el nivel seis se sitúan los alumnos que realizan tareas de cierta complejidad matemática. Se puede considerar que los niveles cinco y seis corresponden a situaciones de excelencia.

¹ OECD (2004). *Marcos teóricos de PISA 2003*. Madrid: Ministerio de Educación y Ciencia-INECSE.

Consideramos que la competencia matemática definida en estos términos no la adquieren los estudiantes bruscamente, en un momento determinado de su vida comprendido entre los 14 y los 15 años (edad en la que se realiza la evaluación). Por el contrario, creemos que es apropiado pensar que dicha competencia se va conformando desde edades tempranas ya que las capacidades matemáticas de los sujetos tienen una génesis, que están en los primeros tiempos del ser humano, y siguen un desarrollo hacia una mayor complejidad conforme avanza el desarrollo cognitivo de dichos seres humanos. En situaciones normales se trata de un continuo y no de compartimentos separados. En cada periodo de desarrollo, el sujeto es capaz de adquirir unas capacidades matemáticas determinadas y no es capaz de adquirir otras. Su competencia matemática a los 15 años dependerá de las capacidades desarrolladas desde la infancia y cómo estas se hayan adquirido.

En relación con las ideas o subáreas matemáticas sobre las que se ha articulado la evaluación PISA 2003, en las aulas de educación infantil se puede trabajar en el desarrollo de competencias referidas a: sentido numérico, sentido espacial y sentido de la medida.

En los apartados siguientes se expone lo que entendemos por sentido numérico, sentido espacial y sentido de la medida, desarrollamos algún apartado relacionado con ellos por entenderlo importante y, finalmente, presentamos una serie de tareas que el profesor puede introducir en su programación si lo estima conveniente.

2. Sentido numérico

A una forma especial de utilizar los números se le denomina sentido numérico. Una persona posee sentido numérico cuando pone de manifiesto buena intuición sobre los números y las relaciones que existen entre ellos. Consideramos que el sentido numérico es una manera especial de pensar que los niños deben desarrollar desde edad temprana y que les permitirá ser competentes en una variedad de situaciones numéricas. Desde muy jóvenes, los sujetos se relacionan con los números naturales y han de adquirir comprensión sobre los mismos. Un mayor sentido en la utilización de los números hará que sean más competentes en esta subárea de la matemática.

Entre las capacidades del sentido numérico a adquirir por los sujetos, en los inicios de su relación con el número natural, están las que a continuación se indican.

Diferenciar números de atributos como disposición, color, tamaño. Hacer comparaciones cuantitativas entre dos grupos de objetos. Poseer comprensión global de los efectos de añadir o de quitar objetos a un grupo dado. Saber leer y escribir números en sus dos formas de representación, verbal (ejemplo: tres) y simbólica (ejemplo: 3). Aprender a recitar la secuencia numérica en su orden correcto, no sólo conocer palabras

numéricas de manera desordenada. Conocer que con un número se puede designar la cantidad de objetos que hay en una colección, por ejemplo, ocho dedos, y que de esa colección se pueden tomar seis dedos o cinco dedos (en general, todas las cantidades que indiquen los números que hay por debajo de ocho). Comprender que para una colección de objetos similar a los dedos que tenemos entre las dos manos, la cantidad de los mismos, además de indicarla con el número 10 también se puede hacer con las expresiones equivalentes $5+5$, $6+4$, $1+9$, $8+2$, $3+7$. Saber usar los números para indicar posición, por ejemplo, en la lista de la clase soy el número cinco, lo que equivale a ocupar el quinto lugar de dicha lista. Entender que, a veces, los números se utilizan como una marca, para identificar o diferenciar un objeto de otro como ocurre en el uso de los números en dorsales de los jugadores de un equipo de fútbol y, que en este caso, no indican ni cantidad ni orden. Aprender a formar las palabras numéricas, siguiendo las reglas gramaticales de la lengua correspondiente. Comprender la ley fundamental del sistema de numeración decimal que permite escribir con solo diez cifras cualquier número, por grande que sea².

2.1. Aprender a contar

Contar es una de las primeras y más complejas de las competencias relacionadas con el sentido numérico. La acción de contar permite dar respuesta a la pregunta ¿cuántos objetos hay?, cuando no es posible hacerlo por métodos perceptivos. Casos como saber el número de puntos que hay en la cara visible de un dado cuando se tira al aire, no requerirá de conteo para muchas personas, pues la percepción de dicha cara con la organización estándar de los puntos permite conocer el número sin necesidad de contar.

La acción de contar consiste en recitar la secuencia numérica a la vez que se va asignando cada una de las palabras de dicha secuencia a los elementos de una colección, a modo de etiqueta. Dicha acción exige ciertos requisitos o principios que hay que conocer y respetar para que el resultado de la misma sea correcto. Los requisitos son los siguientes:

Orden estable de la secuencia convencional. Significa que hay que respetar el orden establecido en las palabras que constituyen la secuencia numérica convencional. Para contar una colección de objetos es necesario recitar la secuencia numérica en su orden establecido, de forma correcta. Esto es un acuerdo para poder conseguir que todos aquellos que cuentan una misma colección lleguen al mismo resultado. Si se levanta una mano con el dedo pulgar agachado y se cuentan los dedos que quedan levantados tomando la secuencia uno, dos, tres, cuatro, se concluye que el número de dedos levantados es

² Para mayor información ver: Castro, E.; Rico, L.; Castro, E. (1987). *Números y operaciones*. Síntesis. Matemáticas: Cultura y aprendizaje. Madrid.

cuatro, si para la misma situación se tomara la secuencia en otro orden, como tres, uno, cuatro, dos, se diría que el número de dedos es dos, lo que sería incorrecto.

Reciprocidad. En la acción de contar, hay que establecer una correspondencia uno a uno entre los objetos de la colección y las palabras de la secuencia numérica estándar, esto obliga a no asociar una misma palabra de la secuencia a dos objetos diferentes y tampoco repartir una palabra, o término numérico, entre dos objetos de la colección.

Este principio, junto con la recitación de la secuencia correctamente, es lo que proporciona la destreza de contar.

No influencia del orden al señalar objetos. Quiere decir que no influye en el resultado del conteo la asociación establecida entre la palabra numérica y un objeto determinado de la colección. Consideremos el caso de contar los dedos de la mano. Si se asigna al pulgar el número uno, al índice el dos y se sigue en ese orden de los dedos, el meñique, por último, será el número cinco. El resultado es: cinco son los dedos de la mano. Pero si se empieza por el meñique, este será el número uno y el pulgar el cinco, el resultado es, igualmente, hay cinco dedos en la mano.

Cardinalidad. Hace referencia a que el cardinal de la colección de objetos que se cuenta, o sea el número de elementos de la colección, que será la respuesta a ¿cuántos objetos hay?, coincide con el último número utilizado en la correspondencia uno a uno señalada en el principio etiquetado como reciprocidad.

Abstracción. Cualquier colección de objetos se puede contar; si se trata de una colección homogénea el resultado se dará uniéndole al número el nombre de dichos objetos, por ejemplo: cinco lápices. Si la colección es heterogénea el resultado de contar se dará mediante un número y el nombre de la clase genérica que incluya a las anteriores; siete juguetes puede ser la respuesta cuando se cuenta una colección formada por dos canicas, tres coches y dos muñecas³.

Estos dos principios, aunque presentes en la acción de contar, no son fundamentales en la misma. La cardinalidad es una capacidad que se adquiere independiente y posteriormente a que el sujeto posea alguna destreza sobre conteo. El último principio está relacionado con la resolución de problemas aditivos y se trata de unir en una sola colección dos o más colecciones o clases de objetos diferentes.

La acción de contar está estrechamente vinculada a la secuencia numérica y si ésta no se conoce, no es posible realizar el conteo de una colección. El aprendizaje de la secuencia numérica se puede realizar por sí solo, como si se aprendiera una retahíla que tiene un fin en sí misma, no obstante, en la práctica no ocurre así, sino que a la vez que se va aprendiendo la secuencia numérica se usa ésta para contar.

³ Adaptado de Fuson K. (1980).

Las primeras experiencias que los niños tienen con los números surgen del contacto con los términos o palabras numéricas. El momento dependerá mucho del nivel sociocultural del sujeto. La mayoría de los niños, con un desarrollo normal, son capaces de aplicar la regla de la cardinalidad a la edad de cuatro años, usando para realizar el conteo la parte de secuencia numérica que conoce. Alrededor de los seis o siete años, pueden recitar la sucesión hasta cien, correctamente.

Contar correctamente da al niño destreza para aplicar el recuento automáticamente, permitiéndole concentrarse en otros aspectos y relaciones numéricas, como puede ser establecer relaciones entre recuento y tamaño de una colección. Saber contar objetos puede ser un vínculo entre la percepción directa concreta, si bien limitada, y las ideas matemáticas abstractas generales. La aritmética elemental es el paso que sigue al proceso de contar objetos, por lo que aprender a contar coloca el número abstracto y la aritmética elemental al alcance de los niños. El uso de objetos concretos para contar puede permitir explorar ideas numéricas como: ver diferentes formas de obtener un mismo número por composición de otros o descomponerlo en otros; comparar cantidades mediante las expresiones más que, menos que. Paulatinamente habrá que abandonar la manipulación de objetos y pasar al cálculo pensado. El cálculo pensado constituye un vehículo excelente para desarrollar el sentido del número y permite que los alumnos exploren relaciones entre los números. Los algoritmos tradicionales, por sí solos, no desarrollan el sentido numérico aunque pueden contribuir a ello.

3. Sentido espacial

El sentido espacial unido al vocabulario propio del mismo permite, entre otras cosas, que las personas se puedan comunicar acerca de la posición de los objetos, dar y recibir instrucciones de su localización, describir cambios cuando las figuras se dividen, se combinan o se mueven en el espacio, analizar figuras y encontrar las relaciones que hay entre sus elementos. Las primeras nociones espaciales abren la puerta al estudio de la geometría; la forma de incorporarse los objetos al espacio y su estudio forma parte de la geometría.

En situaciones como la que nos ocupa, es posible considerar el espacio como el recipiente en el cual están contenidos todos los objetos. Para esta concepción, el espacio adquiere sentido en función de la existencia de los objetos y obliga a que el estudio del mismo y la adquisición del sentido espacial se basen en una consideración importante de la idea de objeto. Conocer un objeto requiere realizar bien una serie de tareas relacionadas con él, como pueden ser reconocerlo entre otros objetos, encontrar diferencias al compararlo con otros objetos, caracterizarlo por algunos rasgos propios, reconocer propiedades que posee, nombrarlo. La manipulación de los objetos puede ayudar a descubrir, en los mismos, las características que posean.

Las impresiones que el sujeto reciba desde los objetos que le rodean, a través de los sentidos, le servirán de modelo o marco de referencia con el que comparar las propiedades de los demás objetos que posteriormente vaya descubriendo.

Durante la infancia, el niño pasará de utilizar modelos espaciales construidos a partir de patrones sensoriales basados en sus experiencias con los objetos, a utilizar aquellos patrones aceptados socialmente y de uso común. Estos patrones son entre otros: color, forma, tamaño. Para las formas se utilizan como patrones las figuras geométricas. Para el color, los colores del arco iris. Para el tamaño, las referencias del propio cuerpo; si bien la percepción del tamaño tiene un carácter marcadamente subjetivo, un mismo objeto puede parecerle grande a un sujeto y pequeño a otro. Estos patrones se van asimilando a medida que realizan las actividades normales, incluso en el caso de no tener intencionalidad de enseñanza. No obstante, existe gran diferencia en la riqueza de patrones asimilados entre los niños según hayan tenido, o no, una educación sensorial intencionada.

Alrededor de los 4-5 años un sujeto, con desarrollo sensorial normal, posee un repertorio de patrones sobre forma y color muy completo, si bien patrones como el tamaño todavía son incipientes. La percepción del tamaño la adquieren por la comparación y relación de los objetos entre sí. En un principio sólo será capaz de relacionar dos objetos (grande-pequeño). Posteriormente conocerá las relaciones dimensionales de tres (el grande, el mediano, el pequeño) y comenzará a designar como grandes o pequeños algunos objetos, aunque no aparezcan comparados con otros. Para llegar a determinar el tamaño de los objetos aislados tendrá que reconstruir en su memoria el lugar que ocupa entre otros objetos que le servirán de referencia.

Se ha constatado que la construcción del espacio, por el niño, es paralela a la del número en los diferentes planos evolutivos, con algunas diferencias como, por ejemplo, el esquema lógico-aritmético procede de la acción de los sujetos sobre objetos discontinuos y el esquema espacial se forma a partir de la acción sobre los objetos continuos del mundo real⁴.

3.1. *Coordenadas espaciales*

Considerando el espacio como un marco de referencia donde se realizan los desplazamientos, adquieren gran importancia los sistemas de coordenadas espaciales. Los problemas de reconocer la posición del propio cuerpo en el espacio, conocer la posición de un objeto externo a sí mismo, establecer la posición relativa de distintos objetos y

⁴ Una ampliación de este tema se realiza en: Castro, E.; Olmo, M^a A.; Castro, E. (2002): *Desarrollo del pensamiento matemático infantil*.

las relaciones que existen entre dos o más objetos, se enjuiciarán desde la óptica de uno de los sistemas de coordenadas espaciales, que servirán de referencia. Los sistemas de referencia útiles en la infancia son:

Las coordenadas corporales, o relativas al sujeto: izquierda, derecha, cabeza, pies, (arriba, abajo), delante, detrás. Las coordenadas relativas a los objetos: parte superior, parte inferior o base, parte derecha, parte izquierda. Las coordenadas referentes al espacio local están relacionadas con los objetos y los límites de las mismas están determinados psicológicamente: cerca, lejos, arriba, abajo.

De pequeños, los sujetos viven el espacio, lo exploran con los ojos y con las manos. Lo descubren a través de sus gestos, sus movimientos y sus marchas. A lo largo del segundo año de su vida el diálogo con el espacio se enriquece en una nueva dimensión ya que comienza a representarse las cosas, es decir, se tiene capacidad de sustituir acciones sobre objetos por imágenes, las cuales pueden ser evocadas independientemente de la acción misma. Hacia los tres años, un individuo normal puede representar, con trazos, sus imágenes, abriéndose desde ese momento la vía hacia la geometría. En esta etapa su cuerpo es el centro, el punto de partida sobre el que determinará todas las direcciones como delante, detrás; derecha e izquierda. La mano derecha la distingue pronto de la izquierda y por referencias a ellas otras partes de su cuerpo consideradas a la derecha o a la izquierda del mismo. No comprenderá sin embargo el aspecto relativo de estos conceptos, y como un objeto que para él está a su derecha, para otra persona puede estarlo a su izquierda. Una vez que consiga orientarse en el espacio, descubrirá las relaciones entre los objetos. Detrás de... delante de..., a la derecha de..., a la izquierda de.

La madurez alcanzada alrededor de los siete años hace que la concepción del espacio evolucione hacia una situación más objetiva y global. Esto sucederá de manera progresiva. El sujeto podrá considerar su posición como una más entre los distintos objetos del espacio. Apreciará distancias y longitudes tanto cuantitativa como cualitativamente. La geometría métrica le será entonces accesible.

A lo largo de la infancia se adquirirán las siguientes capacidades:

Conocer la posición del propio cuerpo en el espacio. Conocer la posición relativa de distintos objetos que le servirán de referencia en sus desplazamientos. Poder orientarse. Apreciará distancias y dimensiones, en situaciones sencillas. Diferenciar formas de objetos familiares. Poder agrupar objetos por familias.

Según las diferentes ramas de la geometría debería adquirir:

Capacidades topológicas: Distinguir espacios completamente cerrados de espacios parcialmente cerrados en dos o tres dimensiones. Esto incluye una comprensión de relaciones como “dentro”, “fuera”, “borde”, “abierto”, “cerrado”, “en”. Relaciones

parte-todo. Capacidad para dividir y reconstruir un todo en su disposición original (puzzles). Capacidad de utilizar diferentes partes para hacer “todos” comparables (utilizar tacos grandes para hacer una valla igual que la que se ha hecho con tacos pequeños). Reconocer que la elección de lo que se considera el “todo” es arbitraria y depende de las demandas inmediatas. Por ejemplo, si la clase es un todo la mesa es una parte, o bien la mesa es un todo y una pata de la misma es una parte. Capacidad para hacer juicios de distancia (incluye comprensión de relaciones que se expresan verbalmente como: cerca, lejos, junto a, al lado de, sobre). Destreza para mover el propio cuerpo en el espacio. Buen juicio para mover objetos relacionados entre sí. Capacidad para mantener la dirección y la secuenciación coherente al reproducir una disposición lineal de cinco objetos, o más (relaciones expresadas verbalmente como al lado de, entre). Capacidades para disponer objetos en disposición lineal exacta, extendidos o apretados, en orden inverso del original, desde una orientación distinta. Capacidad para ver el espacio como algo continuo, de forma que varios caminos puedan llevar al mismo punto. Reconocer que una ruta indirecta puede llevar al mismo punto que una línea recta. Tomar desvíos alrededor de un obstáculo al alcanzar una meta (el movimiento por laberintos, para su resolución, requiere este tipo de comprensión). Desarrollar rutas alternativas para llegar a una meta, para uno mismo o para otro.

Capacidades euclidianas y proyectivas: Capacidad para medir a través del uso repetido de una unidad de medida. Capacidad para concentrarse en grados de cambio y de similitud en la dirección. Reconocer diferencias en puntos de vista desde diferentes posiciones en el espacio, esto implica una coordinación de capacidades para cuantificar distancia y dirección (MEC, 1987).

3.2. Figuras geométricas

Las primeras experiencias de carácter espacial que tiene el niño se producen mediante objetos tridimensionales; las figuras bidimensionales aparecen como caras de objetos sólidos tales como cajas, gorros en forma de cucurucho, pelotas. Se recomienda empezar el trabajo con figuras geométricas tridimensionales para posteriormente continuar con las superficies. Hacer impresiones de las caras de un cuerpo tridimensional contribuirá a la percepción de las diferentes formas bidimensionales y sobre algunas propiedades de los sólidos. El trabajo con cuerpos geométricos tridimensionales y bidimensionales sirve de preparación para la posterior comprensión de las nociones de área y volumen y sus medidas así como de las transformaciones geométricas. Levantar paredes con ladrillos de forma equilibrada ayuda en la comprensión de conceptos como rectas paralelas, ángulo recto, la idea de recubrimiento o teselación.

4. Sentido de la medida

La cantidad de destrezas que conlleva el acto de medir hace que sea aconsejable su enseñanza en la escuela, comenzando el estudio de algunas magnitudes y su medida en los niveles inferiores del sistema educativo. Normalmente, la atención del currículo se centra en el desarrollo de conceptos, procedimientos y habilidades, que los estudiantes han de adquirir sobre el peso, la longitud, el área, el volumen, la capacidad, el tiempo, el dinero. El conocimiento e intuición sobre la medida y el proceso válido para medir contribuyen a que el sujeto desarrolle *sentido de la medida*.

El sentido de la medida se considera asociado a varios componentes: i) conocimiento de la unidad apropiada para cada situación, supone tener formada una representación mental de las unidades de medida y elegir correctamente la más adecuada. Para medir el largo del pasillo, conocer qué es más apropiado usar como unidad de medida el pie o una cuerda tan larga como la pierna. ii) Conocer el proceso de medir, cuando se compara la cantidad con una unidad de medida, estándar o no. En principio se utilizarán unidades cercanas a los sujetos, que a veces serán no estándar: cintas para la longitud, termómetros para la temperatura, vasos, cucharas para la capacidad, balanzas para el peso, relojes para el tiempo. iii) Criterio adecuado para saber cuándo se ha de realizar una medida y cuándo es suficiente realizar una estimación. iv) Conocimiento de estrategias de estimación en magnitudes como longitud, temperatura, volumen, masa, tiempo.

El aprendizaje de la medida supone en el niño un largo proceso que tiene su comienzo en la infancia (donde está estrechamente ligado al desarrollo de habilidades perceptivas y motrices). Las tareas de medida, de longitud, de peso, de capacidad deben ser prolongación natural de experiencias anteriores. Antes de llegar a los aspectos cuantitativos del proceso de la medición, el niño ha de realizar numerosas actividades referidas a comparaciones de longitud, de peso, de capacidad, de duración (Olmo, M^a A.; Moreno, M.; Gil, F., 1989).

Las medidas efectuadas por los alumnos de los primeros niveles escolares están en estrecha relación tanto con el número natural, pues la respuesta a la acción de medir se expresa a través de un número y con la unidad de medida correspondiente, como a las formas geométricas, ya que la medida de magnitudes como la longitud, la superficie, el volumen y la amplitud se realizan sobre conceptos geométricos. Los casos de medida de superficie y volumen, en el contexto escolar, se reducen al cálculo de superficies y volúmenes de elementos geométricos, a través de la medida de longitudes.

De experiencias con formas y figuras surgen cuestiones relativas al tamaño; en cuanto se presta atención a la comparación de tamaños se está entrando en los dominios de la medición (Dikson, L.; Brown, M.; Gibson, O., 1991).

La iniciación del sentido de la medida está en la comprensión de las cualidades de los objetos susceptibles de ser medidas y en la posibilidad de establecer comparaciones entre cantidades de estas cualidades. Ejemplo de dichas cualidades son las dimensiones: largo, ancho y alto. Para algunos de estos vocablos, en el idioma castellano, hay otro que indica la cualidad contraria como muestran las parejas siguientes, en las que aparece una cualidad y su opuesta: largo-corto; ancho-estrecho; alto-bajo; grueso-delgado; pesado-ligero. Esto unido a que la comparación se puede hacer utilizando los términos *más que* y *menos que*, se producen cuatro expresiones equivalentes de una misma relación. Así, tomando los objetos mesa y silla y la pareja alto-bajo se pueden formar las cuatro frases sinónimas: la mesa es *más alta* que la silla, la mesa es *menos baja* que la silla, la silla es *más baja* que la mesa, la silla es *menos alta* que la mesa.

Es bueno trabajar en el aula de forma que se establezcan relaciones de comparación utilizando todas las posibilidades que ofrece el vocabulario y hacer ver aquellas expresiones que tienen el mismo significado.

5. Situaciones de aprendizaje

Un desarrollo evolutivo satisfactorio se suele dar cuando el niño vive inmerso en un ambiente rico que favorece la formación de dicho conocimiento. Cualquier lugar puede ser apropiado para disponer de situaciones de aprendizajes matemáticos, en la etapa preescolar. El colegio y, más concretamente, el aula es el sitio estándar para aprender matemáticas, no obstante, el patio de recreo del colegio, la propia casa, un comercio, una salida de excursión, son lugares y situaciones aprovechables en el proceso educativo. En todos ellos se pueden realizar tareas, juegos y actividades que potencien el conocimiento matemático. En el aula se dan dos tipos de situaciones, las programadas y las que surgen espontáneamente, ambas se deben utilizar para reflexionar y establecer relaciones.

Proponemos algunas situaciones relacionadas unas con el número, otras con la geometría y otras con la medida, que se pueden utilizar para poner a los sujetos en situación de aprendizaje.

5.1. Para los números

Rimas, retahílas, adivinanzas y canciones. Algunas capacidades numéricas se refuerzan en canciones que se suelen aprender y cantar en el aula (Saá, M^a D., 2002).

En la siguiente canción se asocia el cinco como cardinal o cantidad de los dedos de la mano, el conteo de uno a diez (se ha de escenificar con los dedos lo indicado en la canción) y el aprendizaje memorístico del hecho numérico *cinco más cinco es igual a diez*.

Tengo cinco dedos en esta manita
 Tengo cinco dedos en esta también
 Cinco más cinco son diez (bis)
 Vamos a contarlos veremos que bien.
 Uno, dos, tres;
 Cuatro, cinco, seis;
 Siete, ocho, nueve y diez;
 Cinco más cinco son diez (bis).

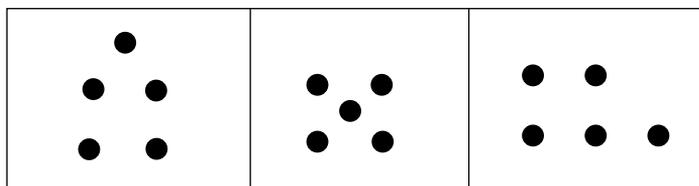
En la adivinanza siguiente se trata de pensar sobre la forma del símbolo numérico y establecer la relación del número que se ha de adivinar con su anterior y posterior

Adivina, adivinanza
 Parece un pato, pero no lo es
 Va detrás del uno y delante del tres

Tareas de comparaciones de más/menos. Comparaciones brutas, mucho comparado con poco, comparado con la misma cantidad. Comparar el número de años que tiene la mamá con los que tiene el sujeto. Los libros de la biblioteca con los que llevan en su mochila.

Correspondencias uno a uno. Hacer comparaciones exactas, colocando dos grupos de cinco a diez elementos en correspondencia provocada de uno a uno. Hacer comparaciones exactas, colocando dos grupos de cinco a diez objetos en correspondencia no provocada de uno a uno. En este caso, los grupos de objetos no van juntos, necesariamente. El juego de las sillas fomenta este tipo de comparaciones, se juega de la siguiente manera: se parte de un número de sujetos n y un número de sillas $n-1$, se realiza un baile al compás de una música que cesa repentinamente en un momento del baile. Al cesar la música los sujetos han de sentarse en una silla, pero uno de ellos no lo consigue y queda eliminado. Se prescinde de una silla y se repite el proceso hasta que uno queda ganador.

Conservación de la cantidad. Para una colección de objetos, no muy grande, representarla a través de diferentes configuraciones. Por ejemplo para el cinco. Con cinco bolas se puede realizar un concurso para colocarlas de alguna manera organizada, pueden surgir configuraciones como las siguientes:

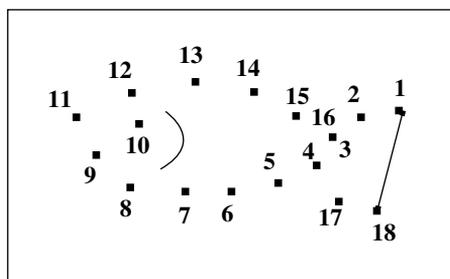


Leer números. Juegos de loterías, juegos de bingos, libros sobre números.

Estos tipos de juegos están en el mercado. Si no son accesibles, se pueden construir, en talleres, por alumnos de niveles superiores. La construcción de un material con intencionalidad didáctica en dicha construcción constituye una situación excelente de aprendizaje.

Cardinalidad. Juegos de dominó. Estos juegos suelen estar compuestos por tarjetas. La cara de dichas tarjetas está dividida en dos partes iguales, en una de las partes hay una representación de una colección de objetos, en la otra parte hay representado un símbolo numérico. En el juego hay que unir las tarjetas de manera que queden juntos cada colección de objetos con el número que indica su cardinal.

Orden de la secuencia numérica. Formar figuras uniendo por orden puntos que estén numerados.



Contar. Alumnos y profesor con los brazos levantados, empezando por la izquierda, doblar atrás cada dedo mientras se dicen los números. En principio el alumno cuenta junto con el profesor, en un momento dado se le deja contar solo mientras el profesor dobla los dedos. Batir palmas y contar a la vez, marchar y contar a la vez. El profesor empieza a contar a los alumnos, llegado un momento se para y señala a un niño para que diga el número siguiente. Sigue contando y repite la operación con otro niño. Con un recipiente de metal y objetos que suenen al caer. Dejar caer los objetos en el recipiente, de uno en uno, e ir contando a medida que éstos suenen. Se hace rebotar una pelota y se va contando cada bote. Una variante consiste en tratar de adivinar el número de botes que va a dar y comprobar cómo se ha aproximado la conjetura hecha al resultado obtenido. Se hace rebotar la pelota, un niño ha de batir tantas palmas como botes haya dado la pelota. Los niños escuchan mientras el profesor bate palmas, después han de decir cuántas palmadas se han dado.

Escribir números. Pintar con los dedos siguiendo un camino. Alinear objetos sobre una marca. Recorrer con el dedo las plantillas de las cifras. Dibujar las cifras sobre algún material continuo (ejemplo arena) o en el aire. Moldear las cifras con plastilina o arcilla.

5.2. Para el espacio

Situaciones relacionadas con las características de los objetos se realizarán tareas que permitan seleccionar cosas concretas por su nombre, buscar objetos en un recipiente donde se recojan una variedad de ellos (zapato, pelota, jarra). Elegir objetos que posean una característica dada. Ejemplo, de la caja de juguetes buscar y juntar los que sean rojos. Poner juntos todos los objetos de una colección que posean la característica común. Organizar los objetos de la cartera de clase. Clasificar por formas, tamaños, color (En este caso son muy útiles los Bloques Lógicos), material de que está construido, tamaño, número de objetos.

Para trabajar el espacio, se recomienda el uso de una serie de verbos de acción relacionados con situaciones en el espacio, como: Entrar, salir, colocar, colocarse, caminar, desplazarse, subir, bajar, situarse, explorar, deslizarse, balancearse, mecerse, trepar. Cada uno de estos verbos está relacionado con una noción espacial concreta y su utilización puede dar lugar a tareas relacionadas con dichas nociones. Entrar y salir de una gran caja, gatear por un túnel, esconderse en un rincón, deslizarse por un tobogán (Tavernier, 1987).

Para el aprendizaje de nociones que indican posición y dirección: encima de, debajo de, sobre, bajo, a la derecha de, a la izquierda de, delante, detrás, arriba, abajo, se pueden indicar el movimiento a la vez que se indica el cambio. La siguiente es la letra de una canción que trata estas nociones, a la vez que se canta se han de realizar los movimientos indicados.

Arriba-abajo, delante-detrás,
Izquierda-derecha y vuelta a empezar.
Bailando, brincando todos al compás,
Sobre las puntillas y luego a descansar.

Con los accesorios de educación física se pueden construir itinerarios de obstáculos y su representación gráfica⁵.

En la escuela. Ir de una sala a otra y representar gráficamente el trayecto, realizar un trayecto trazado sobre el plano de la escuela, situar una posición respecto a diferentes puntos de la escuela (aseo, portería).

En el barrio. Ir de compras y representar gráficamente el trayecto, hacer una maqueta o plano del barrio, hacer vivir a otro un trayecto con la ayuda de un plano, situar la escuela en relación con un edificio popular y conocido, hacer diferentes trayectos

⁵ En los dos libros de Vayer incluidos en la bibliografía se recoge gran número de situaciones para que niño tanto de educación preescolar como de primaria trabajen nociones espaciales asociadas a la educación física.

para ir de la escuela a un sitio concreto, comparar los trayectos (noción de longitud asociada a la de tiempo).

En el patio de recreo realizar juegos de persecución, de esconderse

5.3. *Para las formas*

Manipular formas. Trabajar con juegos de construcción, troqueles para encajar figuras, puzzles, loterías de figuras. Construcción de las formas con plastilina, recortando papel, puede hacerse mirando un modelo y posteriormente sin que el modelo esté presente. Construir una figura familiar, como, por ejemplo, una casa.

Pensar las formas. Juegos de adivinanzas. Juego de veo, veo, o adivinanzas propiamente dichas.

¿Quién soy?
Tengo tres puntos.
Tengo tres lados.
Y soy la forma de algunos tejados

Reconocer objetos por el tacto, sin verlos. Una variante consiste en poner dentro de una bolsa opaca una colección idéntica a otra que sí se ve, meter la mano y reconocer el objeto. Otra variante es la misma idea sin que la colección de referencia esté presente. Similar a esta es la situación de reconocer un objeto con los ojos vendados.

Construir figuras simétricas. Construir haciendo un dibujo en media hoja de papel con pintura líquida y doblando la hoja para que se reproduzca en la otra mitad, abrir el papel para que se vea la figura completa. Construir doblando una hoja de papel por la mitad y recortando, abrir la hoja para ver la figura simétrica. En una hoja cuadriculada, separada por una línea, colorear a la vez una figura y su simétrica respecto de la línea, puede ser realizada por una o dos personas a la vez. Pensar en una figura simétrica plana e intentar obtenerla cortando el papel doblado.

Realizar diseños. Reproducir dibujos de manera regular: frisos, rosetones, recubrimientos del plano por figuras regulares. Construir diseños por doblado y recortado del papel. Resolver un laberinto. Hacer juegos con las sombras de los propios niños. Mirarse en un espejo sea quizá la situación espacial que suscite mayores conflictos. El sujeto no sólo debe construir una perspectiva con respecto a su propia persona, sino que incluso esa perspectiva es diferente de la que encuentra cuando otra persona se le enfrenta, en cuanto a las nociones de derecha e izquierda se refieren, es muy aconsejable el trabajo que se puede hacer usando un espejo.

5.4. Medida

Noción de distancia. Trabajar todos los tipos de lanzamiento de una pelota contra la pared, de cerca, de lejos. Evaluar distancias. Lanzar una pelota lejos de la caja o cerca de un aro.

Noción de intervalo. Efectuar desplazamientos sobre tacos colocados a intervalos regulares, a intervalos diferentes.

Noción de longitud. Establecer comparaciones de longitudes reales con una longitud familiar (el cuerpo u otros objetos). Evaluar longitudes. Comparar por contrastes objetos reales: el cordón del zapato es más largo que el dedo, el libro es más grueso que la hoja de papel, el techo de la clase es más alto que la mesa de trabajo. Invertir las frases para utilizar los vocablos: corto, fino, y bajo. Tomar una cuerda que permita rodear una caja. Disponer ordenadamente elementos por su longitud, un lápiz, una goma, una regla. Partir en dos partes iguales una tira de papel.

Capacidad. Comparar los contenidos (agua, arena) de varios recipientes, llenar una botella con un vaso, llenar un vaso con una cuchara. Experimentar las nociones de “lleno” y de “vacío”, “no demasiado”, “demasiado”, “llenar”, “vaciar”.

Masa. Comparar por oposición el peso de diversos objetos y descubrir las nociones de pesado, ligero, más pesado que..., más ligero que..., tomar en una mano una goma en la otra el libro y decir qué objeto es más pesado, menos pesado, más ligero (o liviano), menos ligero; levantar un recipiente de un litro de agua, volver a intentarlo con otro de cinco litros; tratar de levantar a un compañero y preguntar después cuánto pesa. Reagrupar por evaluación intuitiva los objetos pesados, los objetos ligeros. Ordenar cuatro objetos según su peso.

Iniciación a la medida. Utilizar instrumentos de medida arbitrarios para verificar longitudes, pesos, duraciones. El dedo para medir el lápiz, el grueso del libro. “Llaves” para pesar harina. Reloj de arena para medir tiempo que se tarda en realizar una actividad, contar el número de pulsaciones dadas durante el tiempo que tarda en cambiar la arena de una parte a otra del reloj.

6. A modo de cierre

La utilización de material manipulativo, el uso de material didáctico en el aula, la introducción de retahílas o el provocar vivencias de situaciones concretas de aprendizaje, llevará a la construcción de pensamiento lógico-matemático en el niño. Serán conocimientos adquiridos en contexto. Si a lo largo de la escolarización no hay una interrupción brusca en la forma de presentar las situaciones a trabajar en matemáticas, sino que lo que se modifican son las propuestas de acuerdo con el nivel educativo en el que se trabaje, la utilización funcional de la matemática, considerada en PISA 2003, adquirirá mayor probabilidad de ser conseguida.

Bibliografía

- Barba, C.** (1999). El juego, un recurso para aprender matemáticas en la educación infantil. *Aula de Innovación Educativa*, 78, pp. 29-31.
- Canals, M. A.** (2001). *Vivir las matemáticas*. Ed. Octaedro-Rosa Sensat.
- Cañizares, M^a J.; Castro, E.** (2003). Educación Lógico-Matemática. En: Gallego y Fernández de Haro (dres). *Enciclopedia de Educación Infantil* (pgs. 219-253). Aljibe. Málaga.
- Castro, E.; Cañizares, M^a J.** (2003). Desarrollo Lógico-Matemático. En: Gallego y Fernández de Haro (dres). *Enciclopedia de Educación Infantil*. Aljibe. Málaga.
- Castro, E.; Olmo, M^a A. Castro, E.** (2002). *Desarrollo del pensamiento matemático infantil*. Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada.
- Castro, E.; Rico, L.; Castro, E.** (1987). *Números y operaciones*. Síntesis. Matemáticas: Cultura y aprendizaje. Madrid.
- Dikson, L.; Brown, M.; Gibson, O.** (1991). *El aprendizaje de las Matemáticas*. Labor. M.E.C. Madrid.
- Fuson, K.** (1980). *The Counting Word Sequence as a Representational Tool*. En R. Karplus (ed.). *Proceeding of the Fourth International Conference for the Psychology of Mathematics Education*, Berkeley.
- Kamii, C.** (1983). *El número en la educación preescolar*. Visor. Madrid.
- MEC** (1987). Proyecto 0-6. Educación Infantil. Informe Piagetiano. Estudios de Educación.
- OECD** (2004-a). *Learning for tomorrow's world. First results from PISA 2003*. Paris: OECD.
- OECD** (2004-b). *Marcos teóricos de PISA 2003*. Madrid: Ministerio de Educación y Ciencia-INECSE.
- Olmo, M^a; Moreno, M.; Gil, F.** (1989). *Superficie y Volumen*. Síntesis. Madrid.
- Rico, L.** (2004). *La evaluación de matemáticas en el proyecto PISA*. En R. Pajares, A. Sanz y L. Rico: Aproximación a un modelo de evaluación: el proyecto PISA, pp. 39-51. Madrid: Ministerio de Educación, Cultura y Deporte-INECSE.
- Saá, M^a D.** (2002). *Las matemáticas de los cuentos y de las canciones*. EOS. Madrid
- Segovia, I.; Castro, E.; Castro, E.; Rico, L.** (1989). *Estimación en cálculo y medida*. Síntesis. Madrid.
- Tavernier, R.** (1987). *La Escuela antes de los 6 años*. Martínez Roca. Barcelona.
- Vayer, P.** (1977). *El niño frente al mundo*. Científico-Médica. Barcelona.
- Vayer, P.** (1984). *El diálogo corporal*. Científico-Médica. Barcelona.